b) pour $n=0$ $\quad 1 \leqslant V_0 = 2 \leqslant 7$ (Vrai)

Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons que $1 \leqslant V_n \leqslant 7$ et

montrons que $1 \leqslant V_{n+1} \leqslant 7$.

On a $\quad 1 \leqslant V_n \leqslant 7$

or f est croissante sur $[1,7]$

Donc $f(1) \leqslant f(V_n) \leqslant f(7)$

$\Rightarrow 1 \leqslant V_{n+1} \leqslant 7$

Conclusion : $\boxed{\forall n \in \mathbb{N} \quad 1 \leqslant V_n \leqslant 7}$

c) $\forall x \in [1,7]$; $f(x) \geqslant x$

or $\forall n \in \mathbb{N}$; $V_n \in [1,7]$

Donc $f(V_n) \geqslant V_n \Rightarrow V_{n+1} \geqslant V_n$

Ainsi la suite (V_n) est croissante